

Instrucciones

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.

d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.

e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1A.

Si una función $f : [a, b] \rightarrow \mathfrak{R}$ es integrable, se llama valor medio de f en el intervalo $[a, b]$ al número $m =$

$$\frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$$

Para hacer un estudio sobre, la capacidad de memorizar de un niño se utiliza el siguiente modelo: si x es su edad en años, entonces su capacidad de memorizar viene dada por $f(x) = 1 + 2x \ln(x)$ ($0 \leq x \leq 5$), donde $\ln(x)$ es el logaritmo neperiano de x .

(a) [1 punto]. Describe el método de integración por partes.

(b) [1'5 puntos]. Encuentra, usando el modelo descrito, el valor medio de la capacidad de memorizar de un niño entre su primer y su tercer cumpleaños.

Ejercicio 2A.

[2'5 puntos] Determina las ecuaciones de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de la función f

dada por $f(x) = 2x \cdot e^x + \frac{x^3 - 2}{x^2 + 4}$ en el punto de abscisa $x = 0$.

Ejercicio 3A.

(a) [1'5 puntos]. Determina una matriz X que verifique la relación
$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

(b) [1 punto] Calcula el determinante de la matriz X hallada

Ejercicio 4A.

Sea C la circunferencia de ecuación $C \equiv x^2 + y^2 - 4x - 6y - 12 = 0$,

(a) [1 punto] Calcula el centro y el radio de C .

(b) [1 punto]. Calcula el punto B que es el diametralmente opuesto del punto $A = (-1, 7)$.

(c) [0'5 puntos] ¿Cuál es la posición relativa de las rectas tangentes a C en los puntos A y B ?

Instrucciones

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.

d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.

e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1B.

(a) [1 punto] Describe el procedimiento de integración por partes.

(b) [1'5 puntos]. Determina una función $f : [0, \infty] \rightarrow \mathbb{R}$ sabiendo que su función derivada viene dada por $f'(x) = \ln((x+3)(x+1))$ y que $f(0) = \ln(27)$, donde $\ln(x)$ representa el logaritmo neperiano de x .

Ejercicio 2B.

La función f definida por $f'(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - (a+3)x + 3a}{x-3}, & \text{si } x \neq 3 \\ 1, & \text{si } x = 3 \end{cases}$; es derivable en toda la recta real

(a) [1'5 puntos]. ¿Cuánto vale a ?

(2) [1 punto]. Para dicho valor de a , cuánto vale $f'(3)$?

Ejercicio 3B.

(a) [2 puntos]. Encuentra el ángulo que forman las diagonales **AC** y **BD** del paralelogramo ABCD en el que $A = (2, 1, 0)$, $B = (0, 0, 0)$ y $C = (0, -1, 2)$.

(b) [0'5 puntos]. ¿Es un cuadrado? Justifica la respuesta

Ejercicio 4B.

[2'5 puntos] Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -7 \\ 2 & a & b \\ c & -a & d \end{pmatrix}$, halla a , b , c y d sabiendo que

(i) el vector cuyas coordenadas son las que aparecen en la primera columna de A es ortogonal al vector $(1, -1, -1)$,

(ii) el producto vectorial del vector cuyas coordenadas son las que aparecen en la tercera columna de A por el vector $(1, 0, 1)$ es $(-2, 3, 2)$, y

(iii) el rango de la matriz A es 2.